

# NUOLATINĖS SROVĖS ELEKTROS GRANDINIŲ TYRIMAS TAIKANT BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODĄ

Jovita Danielytė<sup>1</sup>, Rasa Mulervičienė<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kauno kolegija, <sup>2</sup>Kauno technikos kolegija

**Anotacija.** Gebėjimas matematiškai modeliuoti, tirti, analizuoti ir skaičiuoti elektros grandines yra vienas svarbiausių reikalavimų, keliamų Elektronikos ir elektros inžinerijos studijų krypties studentams. Nesudėtingos nuolatinės srovės elektros grandinės, sudarytos iš kelių nuosekliai ar lygiagrečiai sujungtų varžinių elementų tyrimas, studentams nėra labai sudėtingas uždavinys. Tokios grandinės pagrindiniai elektriniai dydžiai – ekvivalentinė varža, srovės pratekančios per kiekvieną varžinį elementą (rezistorių), įtampa ir galia kiekviename elemente – nesunkiai apskaičiuojami. Tačiau sujungus šakotąją grandinę su daugiau varžinių elementų, minėtuosius dydžius apskaičiuoti sunkiau. Sudėtingesnėms elektros grandinėms tirti naudojamos paplitusios universalios ar specializuotos kompiuterinės programos. Tokios, kaip: Ansys/Emag, SolidWorks Electrical ir pan., kurios ne tik paspartina skaičiavimus ir vizualizuoja gautus tyrimo rezultatus, bet padeda išvengti skaičiavimo paklaidų. Norint išmokti deramai naudotis tokiomis programomis, neužtenka išmanyti tik elektros grandinių teoriją, bet būtina įsisavinti esmines baigtinių elementų metodo, kuriuo remiantis jos ir buvo sukurtos, idėjas. Šiame straipsnyje supažindinama su baigtinių elementų metodo pagrindais ir baigtinių elementų modelių, skirtų nuolatinės srovės elektros grandinėms tirti, sudarymo principais; pateikiami skaičiavimo pavyzdžiai. Išsamiau visus baigtinių elementų metodo aspektus paaiškina programavimo terpėje MatLab parašyta programa, skirta nuolatinės srovės grandinėms tirti. Ši programa validuota naudojant Electronics Workbench (MultiSIM Schematics) kompiuterinę programą.

**Raktiniai žodžiai:** baigtinių elementų metodas, nuolatinės srovės elektros grandinė, MatLab.

## Įvadas

Baigtinių elementų metodas yra vienas plačiausiai taikomų skaitinių metodų, skirtų įvairių fizinių sistemų uždaviniams spręsti ir dinaminiam procesams modeliuoti. Metodas pradėtas taikyti daugiau nei prieš penkiasdešimt metų. Pirmiausia jis buvo naudojamas deformuojamoms konstrukcijoms (struktūroms) modeliuoti (Jagota, Sethi, Kumar 2013, Hoole ir kt., 2015) ir tik gerokai vėliau pritaikytas šilumos, elektros, aplinkos bei kitose inžinerijos srityse, kurių pagrindą sudaro ne tik deformuojamo kūno mechanika, bet ir šilumos mainai, elektromagnetizmas, srautų mechanika bei kitos fizikos šakos (Rao, 2013).

Daugelį praktinių elektrotechnikos uždavinių šiandien galima išspręsti taikant rinkoje pateikiamas baigtinių elementų metodo kompiuterines programas. Tokios, kaip: ANSYS/Emag, SolidWorks Electrical, FEMM ir kt. (Brebbia, Konrad, 2001), tačiau darbui su jomis neužtenka žinoti tik pagrindinius elektrotechnikos dėsnius, bet būtina suprasti ir baigtinių elementų metodo pagrindus.

Pagrindiniai baigtinių elementų metodo principai buvo pritaikyti nuolatinės srovės paprastosioms, t.y. turinčioms tik vieną elektros energijos šaltinį, elektros grandinėms tirti, nes būtent tokių elektros grandinių tyrimo metodus galima laikyti elektrotechnikos mokslo elementoriumi.

Šio tyrimo tikslas – taikant baigtinių elementų metodą, ištirti paprastąsias, šakotąsias nuolatinės srovės elektros grandines.

### Tyrimo uždaviniai:

1. Paaiškinti baigtinių elementų modelių, skirtų paprastosioms nuolatinės srovės elektros

grandinėms tirti, sudarymo principus.

2. Naudojant baigtinių elementų metodą nustatyti pagrindinius šakotosios nuolatinės srovės grandinės elektrinius dydžius: ekvivalentinę varžą, srovės pratekančias per kiekvieną varžinį elementą (rezistorių), įtampą ir galią kiekviename rezistoriuje.
3. Programavimo terpėje Matlab parašyti programą, skirtą šakotosios nuolatinės srovės elektros grandinės pagrindiniams elektriniams dydžiams nustatyti ir rezultatams vizualizuoti.
4. Patikrinti skaičiavimus naudojant elektrotechnikoje taikomą programą MultiSIM.

**Tyrimo metodai:** mokslinės literatūros analizė, atvejo analizė, parametrų palyginimo ir kompiuterinio modeliavimo metodai.

## Elektrotechnikos teorijos mokymas/is

Elektrotechnikos žinios yra svarbios studijuojant ir praktiškai reikalingos įvairių sričių inžinieriams. Jos ugdo būsimojo inžinieriaus loginį mąstymą, išradingumą, kūrybiškumą.

Kauno kolegijos Technologijų ir kraštotvarkos fakultete Elektrotechnikos dalykas dėstomas Infotonikos, Kompiuterių tinklų administravimo ir Automatinio valdymo studijų programų studentams. Vienas svarbiausių reikalavimų, keliamų Elektronikos ir elektros inžinerijos krypties studijų programų studentams, yra gebėjimas matematiškai modeliuoti, tirti, analizuoti ir skaičiuoti elektros grandines, kurias paprastai sudaro ne vienas, o daug įvairios paskirties elementų: elektros imtuvų, vartojančių elektros energiją; jungiamųjų laidų; matavimo ir

valdymo prietaisų. Studentai turi žinoti atsakymus į bene svarbiausius praktinės elektrotechnikos klausimus: kaip sujungti elektros grandinės elementai ir kaip apskaičiuoti tokioje grandinėje veikiančias įtampas, tekančias sroves, bendrą (ekvivalentinę) varžą.

Kai kuriems studentams elektrotechnikos kursas yra vienas iš sunkesnių. Jiems sunku įsivaizduoti sudėtingus reiškinius, vykstančius elektrotechnikoje: kaip teka elektros srovė, kaip ji priklauso nuo varžos dydžio, kaip keičiasi elektros grandinės parametrai, kaip sukasi elektros variklis ir pan. Dėstant šį dalyką, laikomasi principo – „nuo paprasto – prie sudėtingo“, „nuo atskiro – prie bendro“.

Daugiau kaip 60 procentų mokymo/si laiko skiriama praktinėms užduotims, nes teorinės ir praktinės žinios – dvi neatskiriamos pažinimo proceso dalys: teorija įgalina rasti naujų kelių praktikai, o praktika padeda tobulinti teoriją (Šernas 2006).

Teorines žinias studentai įtvirtina sprenddami uždavinius per pratybas ar atlikdami individualias užduotis bei laboratorinius darbus realioje ir/ar virtualioje Kauno kolegijos Elektrotechnikos laboratorijoje.

Studentų individualaus savarankiško darbo užduotys formuluojamos orientuojantis į dalyko programoje numatomus studijų rezultatus. Elektrotechnikos savarankiški darbai skiriami siekiant padėti studentams susieti teorines žinias su praktiniais įgūdžiais, gilinti mokomojo dalyko teorines žinias, gebėjimą vertinti, analizuoti ir apibendrinti teorinę medžiagą, skatinti pateikti išvadas, ugdyti savarankiško darbo įgūdžius, kūrybiškumą, saviraišką. Kiekvienam studentui pateikiamos individualios savarankiško darbo užduotys, kurios skiriasi viena nuo kitos formuluotėmis, konstantomis ir pan. Užduotys kasmet yra atnaujinamos. Joms atlikti studentams rekomenduojama naudotis šiuolaikine programine įranga.

Viena pirmųjų Elektrotechnikos dalyko, dėstomo Kauno kolegijoje, temų yra „Nuolatinės srovės elektros grandinės tyrimas“. Paprastai tiriama šakotoji elektros grandinė, kurią sudaro nemažiau kaip penki varžiniai elementai ir vienas elektros energijos šaltinis. Studentai turi mokėti apskaičiuoti pagrindinius tokios elektros grandinės dydžius: ekvivalentinę varžą, sroves, pratekančias per kiekvieną varžinį elementą, įtampas ir galias kiekviename elemente, kai duotas vienas iš šių dydžių: srovė  $I$ , įtampa  $U$  arba galia  $P$ . Skaičiavimams patikrinti studentas privalo naudoti pasirinktą kompiuterinę programą: MultiSIM, LT Space, Ansys, MatLab ar kt. Taip įgytas teorines žinias pritaikydamas praktikoje ir parodydamas gebėjimą dirbti su šiuolaikine programine įranga.

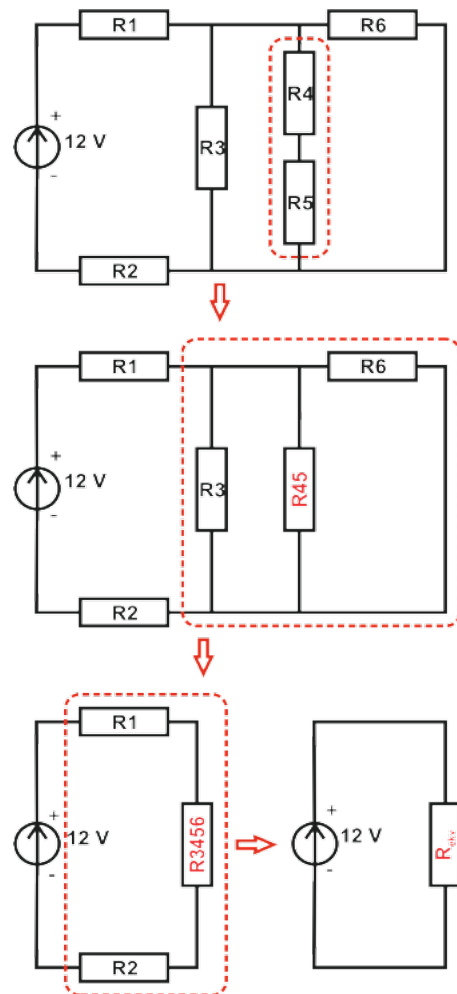
Nuolatinės srovės grandinių tyrimo aspektai

Nesudėtingos nuolatinės srovės elektros grandinės, sudarytos iš kelių nuosekliai ar lygiagrečiai sujungtų varžinių elementų, tyrimas studentams

problemų nesukelia. Tokios grandinės pagrindiniai elektriniai dydžiai: ekvivalentinė varža, srovės pratekančios per kiekvieną varžinį elementą, įtampa ir galia kiekviename elemente yra nesunkiai apskaičiuojami, tačiau sudėtingesnėms, šakotosioms, elektros grandinėms tirti, priklausomai nuo grandinės šakotumo, pirmiausia, tenka keletą ar keliolika kartų supaprastinti elektros grandinę, t.y. pakeisti ją elementariaja, kurioje yra vienas ekvivalentinis šaltinis ir vienas ekvivalentinis imtuvas (1 pav.).

Šis, pirmasis, nuolatinės srovės elektros grandinių skaičiavimo etapas studentams yra bene sunkiausias, nes reikia suprasti kaip tarpusavyje sujungti (nuosekliai, lygiagrečiai, žvaigžde ar trikampiui) konkrečios tiriamosios elektros grandinės varžiniai elementai ir pagal tai parinkti grandinės paprastinimo/ekvivalentinės varžos skaičiavimo seką.

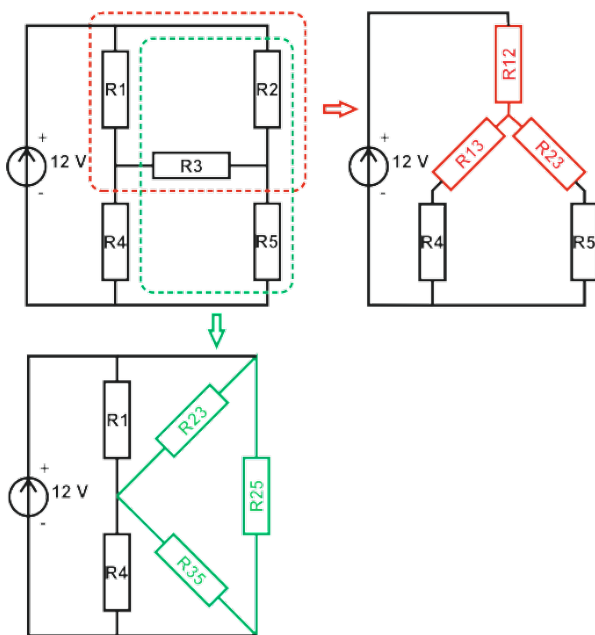
1 paveiksle pavaizduota mišriai sujungta elektros grandinė ir nurodyta jos paprastinimo bei ekvivalentinės varžos skaičiavimo seka. Tokia grandinė paprastinama palaipsniui, nuosekliai ar lygiagrečiai sujungtus varžinius elementus keičiant ekvivalentiniais, kol lieka tik vienas.



1 pav. Mišriojo jungimo elektros grandinės keitimo į ekvivalentinę grandinę seką

Kartais šakotoje nuolatinės srovės elektros grandinėje neįmanoma išskirti, kurie varžiniai elementai sujungti nuosekliai, o kurie lygiagrečiai. Dažniausiai taip yra tiltelinio jungimo elektros grandinėse, kur varžiniai elementai sujungti žvaigžde arba trikampiui.

Prieš paprastinant tiltelinio jungimo nuolatinės srovės elektros grandinės pirmiausia žvaigžde ar trikampiui sujungti varžiniai elementai pakeičiami vieni kitais, t.y. trikampiui sujungtų varžinių elementų grandinę keičiame į žvaigždę sujungtus varžinius elementus, arba atvirkščiai (2 pav.). Toks pakeitimas nėra elektros grandinės supaprastinimas, nes varžinių elementų kiekis lieka nepakitęs, bet taip pakeistoje elektros grandinėje jau galima išskirti nuosekliai ir lygiagrečiai sujungtus elementus bei paprastinti anksčiau nurodytu principu.



2 pav. Tiltelinio jungimo elektros grandinės keitimas

Mišriojo jungimo elektros grandinės elementų varžos skaičiuojamos taikant nuosekliojo ir lygiagrečiojo jungimo taisykles. Vėliau, taikant Omo dėsnį, apskaičiuojamos nežinomos elektros grandinės šakų įtampas ir/ar srovės.

Šakotosios elektros grandinės, panašios į pavaizduotą 1 paveiksle, taip pat, turinčios keletą energijos šaltinių, pagrindiniai elektriniai dydžiai gali būti apskaičiuojami ir naudojant Kirchoffo dėsnius. Jei tiriamoje elektros grandinėje yra  $n$  mazgų ir  $m$  kontūrų, tai pagal pirmąjį Kirchoffo dėsnį sudaroma  $(n-1)$  lygčių, o pagal antrąjį –  $(m-1)$  lygčių.

Pagal Kirchoffo dėsnius sudarius tiesinių algebrinių lygčių sistemą ir ją išsprendus, galima rasti srovės tekančios bet kuriuo grandinės varžiniu elementu bei įtampas tarp elemento galų vertes. Tiesa,

skaičiuojant srovės ir įtampas naudojant Kirchoffo dėsnius, jei elektros grandinė yra sudėtinga, susiduriame su sunkumais – ne visada paprasta išspręsti sudarytą algebrinių lygčių sistemą, o ir netikslinga, nes sukurta nemažai kompiuterinių programų, skirtų algebrinių lygčių sistemoms spręsti.

Trečiasis, bene moderniausias būdas, nuolatinės srovės elektros grandines tirti naudojant pastaruosiu metu paplitusias ir inžinieriaus kasdienėje veikoje naudojamas universalias ar specializuotas kompiuterines programas. Tokias, kaip: MultiSIM, LT Spice IV, Ansys / Emag, SolidWorks Electrical ir pan., kurios ne tik paspartina skaičiavimus ir vizualizuoja gautus tyrimo rezultatus, bet padeda išvengti skaičiavimo paklaidų. Norint išmokti deramai naudotis tokiomis programomis, svarbu išmanyti ne tik elektros grandinių teoriją, bet ir metodus bei principus, kuriais remiantis jos ir buvo sukurtos.

Skaičiavimo baigtinių elementų metodu etapai

Baigtinių elementų metodo pagrindu sukurta daug universalių bei specializuotų kompiuterinių programų. Universaliosios programos: ANSYS, COSMOS, ALGOR, ABAQUS, MIDAS/FEA ir kt. leidžia greitai ir patikimai ištyri projektuojamas sistemas. Beveik kiekvienoje techniškojoje mokslo ir mokymo įstaigoje yra sukurta daugybė mažesnių specializuotų baigtinių elementų programų, naudojamų atliekant mokslinius tyrimus bei sprendžiant taikomuosius inžinerinius uždavinius.

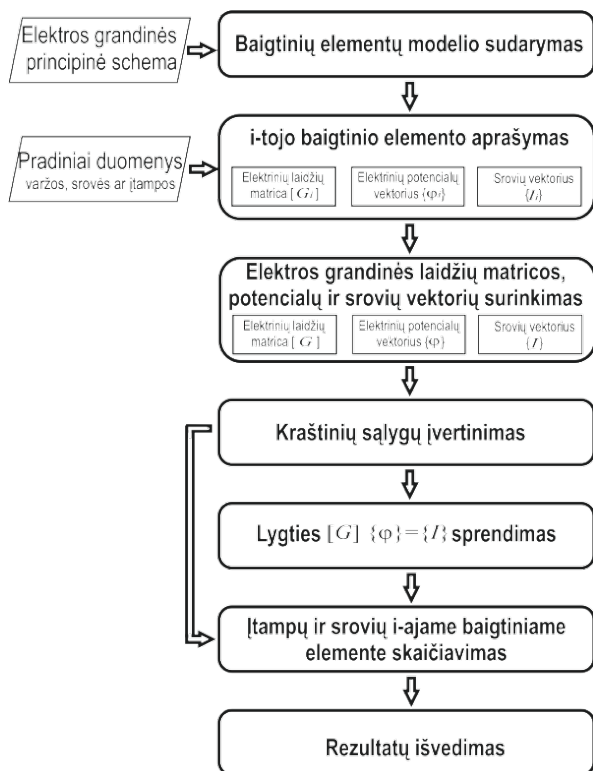
Taikant baigtinių elementų metodą, tyrimo objektas (elektros grandinė, konstrukcija ir pan.) nagrinėjama kaip nesudėtingos formos elementų, apjungtų tarpusavyje (mazguose) visuma.

Matematiškai šis uždavinys formuojamas kaip diferencialinių lygčių dalinėmis išvestinėmis, kurios aprašo tiriamąjį objektą, pakeitimas algebrinių lygčių sistema, kurią išsprendus randami visi nežinomieji.

Galima išskirti tokius skaičiavimo baigtinių elementų metodu etapus (Madenci, Guven 2015; Tarvydas ir kt., 2003):

- bet kuri sudėtingos geometrinės formos sritis pavaizduojama baigtiniu nesudėtingos formos elementų skaičiumi;
- kiekvieno elemento srityje diferencialinė lygtis dalinėmis išvestinėmis apytiksliai pakeičiama algebrinių lygčių sistema;
- elementų algebrinės lygtys jungiamos į bendrą vienareikšmiškai išsprendžiamą algebrinių lygčių sistemą.

Visus šiuos etapus galima pritaikyti tiriant ir nuolatinės srovės elektros grandines (3 pav.).

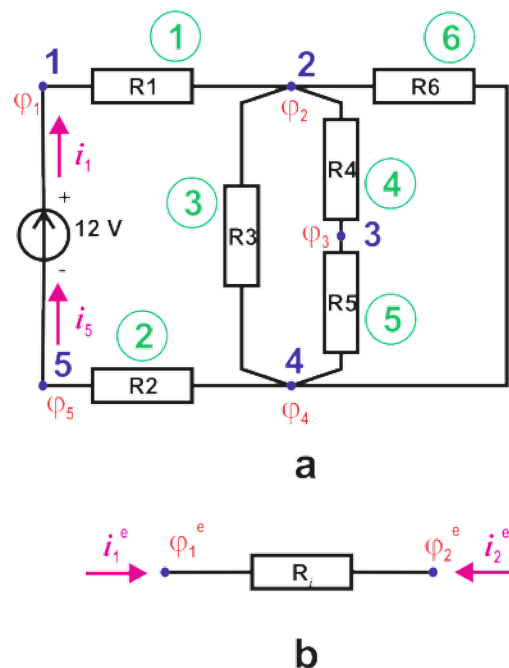


3 pav. Elektros grandinės tyrimo algoritmas

Veiksnius, kurie atliekami tiriant nuolatinės srovės elektros grandinės baigtinių elementų metodu, galima vaizdžiau atskleisti sprendžiant nesudėtingą uždavinį.

### Baigtinių elementų metodo taikymo pavyzdys

Kaip pavyzdį panagrinėsime nuolatinės srovės mišriojo jungimo elektros grandinę (4 pav., a). Ją suskaidome į baigtinius elementus (4 pav., b) taip, kad visi jie būtų aprašomi vienodo pavidalo lygtimis. Šiuo atveju charakteristinis elektros grandinės elementas yra elektrinė varža. Šis grandinės elementas nusako aktyvųjį elektrinį laidį. Jo mazgų kintamieji yra elektriniai potencialai  $\varphi_1^e$  ir  $\varphi_2^e$ , o mazgų poveikiai – srovės  $i_1^e$  ir  $i_2^e$ , atitekančios į šį elementą iš kitų, prie jo prijungtų, varžinių elementų (Madenci, Guven, 2015). 4, b paveiksle pa-vaizduotos teigiamos, t.y. srovių kryptys nukreiptos į mazgą.



4 pav. Tiriamos nuolatinės srovės grandinės baigtinių elementų modelis (a) ir *i*-tasis baigtinis elementas (b) (žaliai pažymėti baigtiniai elementai, mėlynai – mazgai)

Taigi tiriamoji elektros grandinė sudaryta iš 6 baigtinių elementų (žr. 4, a pav.) ir 5 mazgų.

Kiekvieno baigtinio elemento lygtis gaunama užrašius Ohmo dėsnį elektros srovėms, atitekančioms į baigtinio elemento pradžios ir galo mazgus (Silvester, Ferrari, 1996) ir sujungus abiejų mazgų lygtis į sistemą:

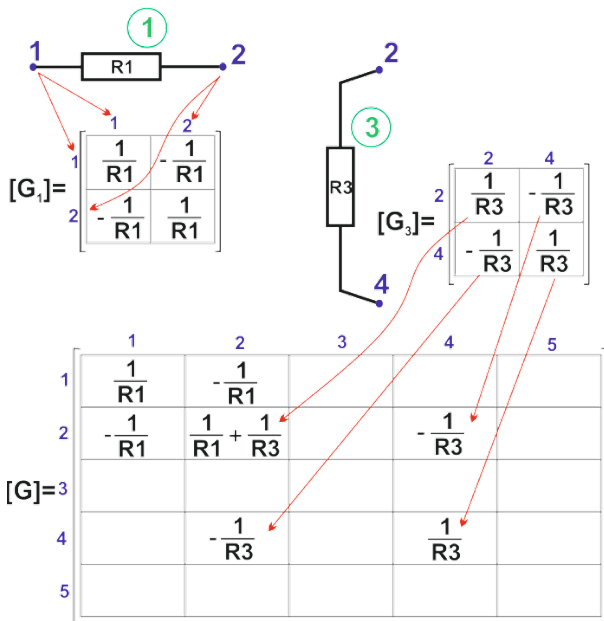
$$\begin{cases} i_1^e = \frac{\varphi_1^e - \varphi_2^e}{R_i} \\ i_2^e = -i_1^e = -\frac{\varphi_1^e - \varphi_2^e}{R_i} \end{cases}$$

Gautoji lygtis matricomis bus tokia:

$$\frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1^e \\ \varphi_2^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1^e \\ i_2^e \end{Bmatrix}$$

Elektros grandinės laidžių matrica surenkama taikant mazgų potencialų darnos principą ir pirmąjį Kirchhoffo dėsnį. Pagal pastarąjį visų srovių, sutekančių į grandinės mazgą, algebrinė suma turi būti lygi nuliui.

Surenkant visos elektros grandinės laidžių matricą kiekvienas *i*-tojo baigtinio elemento laidžių matricos narys pridedamas prie to grandinės laidžių matricos nario, kurio indeksai atitinka pridedamo nario mazgų numerių porą elektros grandinės baigtinių elementų modelyje. 5 paveiksle parodytos dviejų baigtinių elementų (pirmojo ir trečiojo) laidžių matricų narių pozicijos bendroje elektros grandinės laidžių matricoje.



5 pav. Grandinės elektrinių laidžių  $[G]$  matricos surinkimo schema

Grandinės mazgų potencialų ir srovių vektorių surinkti nereikia. Jie gaunami įrašant potencialų ir srovių reikšmes į pozicijas, atitinkančias jų veikimo taškus. Surinkus 4 paveiksle pavaizduotas grandinės laidžių matricą, gauta tokia lygtis:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i_5 \end{Bmatrix}$$

Šioje lygtyje pirmojo ir penktojo mazgų potencialų reikšmės yra žinomos, nes įtampos šaltinis prijungtas prie pirmojo ir penktojo mazgų. Duotuoju atveju jos yra lygios:  $\varphi_1 = 12 V$ , o  $\varphi_5 = 0 V$ . Potencialai  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ , ir  $\varphi_4$  bei srovės  $i_1$  ir  $i_5$  yra nežinomi. Šias sroves nagrinėjama elektros grandinės daliai tiekia įtampos šaltinis.

Norint išspręsti sudarytą, tiriamą elektros grandinę aprašančią, lygtį ją būtina išskaidyti matricų blokais (6 pav.). Pirmiausia, iš elektrinių laidžių matricos išbraukiame eilutes, kuriose potencialų reikšmės yra žinomos, o tada ir atitinkamus stulpelius, t.y. atmetame pirmąją ir penktąją matricos eilutes bei pirmąjį ir penktąjį tos pačios matricos stulpelį. Likusi laidžių matricos dalis (6 pav. pažymėta raudona spalva) naudojama lygtims, iš

kurių bus apskaičiuojami nežinomi grandinės potencialai, sudaryti:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} \\ -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ 0 \\ \varphi_5 \\ R_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i_5 \end{Bmatrix}$$

6 pav. Matricinės lygties skaidymas blokais

Nežinomoms srovėms apskaičiuoti skirtos lygtys sudaromos naudojant anksčiau išbrauktas (pirmąją ir penktąją) laidžių matricos eilutes (6 pav. pažymėta mėlyna spalva) ir į mazgų potencialų vektorių įrašant gautas  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  ir  $\varphi_4$  reikšmes:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1 \\ i_5 \end{Bmatrix}$$

Išspręsti tokiu būdu sudarytas lygtis – darbas imlus dėl laiko, ypač kai nagrinėjama sudėtinga elektros grandinė ir nežinomųjų yra daug, o ir nėra jokių garantijų, kad bus išspręsta be klaidų. Todėl dažniausiai skaičiuojama naudojant specialias, matematikos analizei skirtas, programavimo terpes. Tokias, kaip: MatLab, MathCAD ir pan.

## Programavimas Matlab

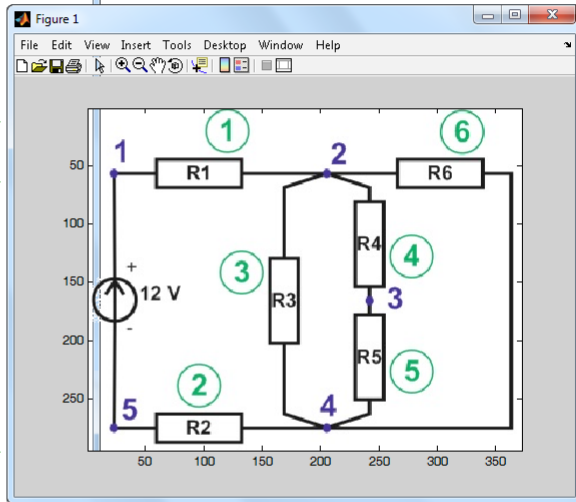
Programavimo terpė MatLab – galingas paketas, skirtas inžineriniams skaičiavimams, turėdamas didžiulį kiekį funkcijų duomenų analizei, sprendžia beveik visas matematikos užduotis, pradedant nuo matricų ir tiesinės algebros, baigiant matematine statistika ir diferencialinėmis lygtimis (Mitkuvienė, 2011). Be to, MatLab terpėje uždaviniai yra išreikšiami taip, kaip parašyti – matematine kalba. Jame yra visi grafiniai įrankiai, reikalingi rezultatams pavaizduoti: dvimačių ir trimačių grafikų brėžimo funkcijos, įrankiai interaktyviems grafikams kurti, galimybė eksportuoti duomenis į visus populiarius formatus ir kt.

Pagrindiniams elektros srovės grandinės dydžiams nustatyti ir rezultatams vizualizuoti MatLab terpėje buvo parašyta programa (7 pav.).

```

1 %===== NUOLATINES SROVES ELEKTROS GRANDINIU TYRIMAS ===== 1
2 clc; clear all; close all;
3 %----- Pradinu duomeniu ivedimas -----
4 image(imread(sprintf('schema02d.jpg'),21));
5 R1 = 1; R2 = 2; R3 = 3; R4 = 4; R5 = 5; R6 = 6; % Varzos
6 fprintf('Varzos, omais \n')
7 fprintf(' R1= %1.2f, R2= %1.2f, R3= %1.2f, R4= %1.2f, R5= %1.2f, R6= %1.2f\n\n',...
8 R1, R2, R3, R4, R5, R6)
9 U_pr = 12; % Itampa
10 fprintf('Itampa, voltais \n')
11 fprintf(' U= %1.2f\n\n',U_pr)
12 h_elementai=[1,2,R1; 4,5,R2; 2,4,R3; 2,3,R4; 3,4,R5; 2,4,R6]; % Baigtiniai elementai
13 mazgu_sk=max(max(b_elementai(1:6,1:2))); elem_sk=6;
14 %----- G matricos sudarymas -----
15 G(1:mazgu_sk,1:mazgu_sk)=zeros; % Suformuojama G matrica (visi nariai lygus 0)
16 for i=1:elem_sk
17 ip=b_elementai(i,1); % i-tojo elemento pradžios mazgo nr.
18 ig=b_elementai(i,2); % i-tojo elemento galinio mazgo nr.
19 G_e1=1/b_elementai(i,3)*[1 -1; -1 1];
20 G(ip,ip)=G(ip,ip)+G_e1(1,1); G(ip,ig)=G(ip,ig)+G_e1(1,2);
21 G(ig,ip)=G(ig,ip)+G_e1(2,1); G(ig,ig)=G(ig,ig)+G_e1(2,2);
22 end
23 G;
24 %----- Vektoriaus U sudarymas -----
25 U(1:mazgu_sk,1)=zeros; % Suformuojamas vektorius U (visi nariai lygus 0)
26 U(1,1)=U_pr; U(mazgu_sk,1)=0;
27 U;
28 %----- Matricos G, vektoriu U ir I skaidymas blokais -----
29 mazgai=1:1:mazgu_sk;
30 mazgai_isbr=mazgu_sk,1; % mazgai_neisbr=mazgai;
31 Cisbr=G; Cisbr_lik=G; Uisbr_lik=U;
32 for i=1:2
33 Cisbr(mazgai_isbr(i,:),:)=[]; % Isbraukiama matricos R eilute
34 Cisbr(:,mazgai_isbr(i,:))=[]; % Isbraukiama matricos R stulpelis
35 Cisbr_lik(mazgai_isbr(i,:),:)=[]; % Isbraukiama matricos R eilute
36 mazgai_neisbr(mazgai_isbr(i,:))=[]; % Isbraukiama vektoriaus eilute
37 end
38 Cisbr; Cisbr_lik; mazgai_neisbr;
39 mazgai_neisbr_rus=sort(mazgai_neisbr,'descend');
40 [n,n]=size(mazgai_neisbr_rus);
41 for i=1:n
42 Cisbr_lik(:,mazgai_neisbr_rus(i))=[]; % Isbraukiama matricos R stulpelis
43 Uisbr_lik(mazgai_neisbr_rus(i))=[]; % Isbraukiama vektoriaus U eilute
44 end
45 Cisbr_lik; Uisbr_lik;
46 %----- U ir I mazguose skaiciavimas -----
47 apkrova=-Cisbr_lik*Uisbr_lik
48 U_apsk = inv(Cisbr)*apkrova
49 UU=U;
50 for i=1:n
51 UU(mazgai_neisbr(i),1)=U_apsk(i,1);
52 end
53 UU
54 I_apsk=C*UU;
55 IR(1:mazgu_sk,1)=zeros; % Suformuojamas I stulpelis kiekvienam el. (visi nariai lygus 0)
56 for i=1:elem_sk
57 ip=b_elementai(i,1); % i-tojo elemento pradžios mazgo nr.
58 ig=b_elementai(i,2); % i-tojo elemento galinio mazgo nr.
59 Rel=b_elementai(i,3); % i-tojo elemento varza
60 UR(i,1)=UU(ip,1)-UU(ig,1);
61 IR(i,1)=UR(i,1)/Rel;
62 P(i,1)=(IR(i,1)^2)*Rel;
63 end
64 UR; IR; P;
65 %----- Rezultatu isvedimas -----
66 fprintf('Srovės stiprumas, amperais \n')
67 fprintf(' I1= %1.4f, I2= %1.4f, I3= %1.4f, I4= %1.4f, I5= %1.4f, I6= %1.4f\n\n',...
68 IR(1,1), IR(2,1), IR(3,1), IR(4,1), IR(5,1), IR(6,1))
69 %----- Itamos, voltais -----
70 fprintf('Itamos, voltais \n')
71 fprintf(' U1= %1.4f, U2= %1.4f, U3= %1.4f, U4= %1.4f, U5= %1.4f, U6= %1.4f\n\n',...
72 UR(1,1), UR(2,1), UR(3,1), UR(4,1), UR(5,1), UR(6,1))
73 %----- Galios, vatais -----
74 fprintf('Galios, vatais \n')
75 fprintf(' P1= %1.4f, P2= %1.4f, P3= %1.4f, P4= %1.4f, P5= %1.4f, P6= %1.4f\n\n',...
76 P(1,1), P(2,1), P(3,1), P(4,1), P(5,1), P(6,1))

```



```

File Edit Debug Desktop Window Help
Varzos, omais
R1= 1.00, R2= 1.00, R3= 3.00, R4= 4.00, R5= 5.00, R6= 6.00

Itampa,
U= 12.00

Grandines daliu varzos, omais
R45= 9.00, R3456= 1.64, Rekv= 3.64

Srovės stipriai, amperais
I1= 3.3000, I2= 3.3000, I3= 1.8000, I4= 0.6000, I5= 0.6000, I6= 0.9000

Itamos, voltais
U1= 3.3000, U2= 3.3000, U3= 5.4000, U4= 2.4000, U5= 3.0000, U6= 5.4000

Galios, vatais
P1= 10.8900, P2= 10.8900, P3= 9.7200, P4= 1.4400, P5= 1.8000, P6= 4.8600
>>

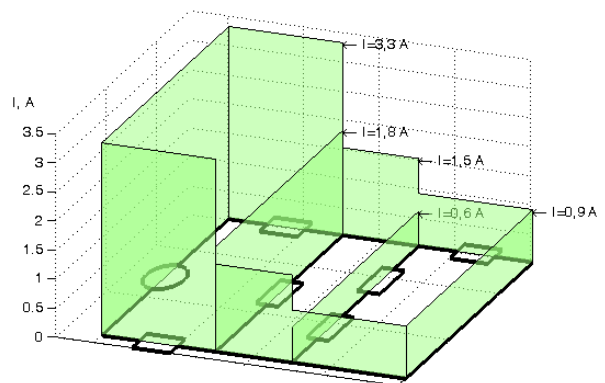
```

7 pav. Baigtinių elementų programos MatLab terpėje tekstas ir skaičiavimo rezultatai

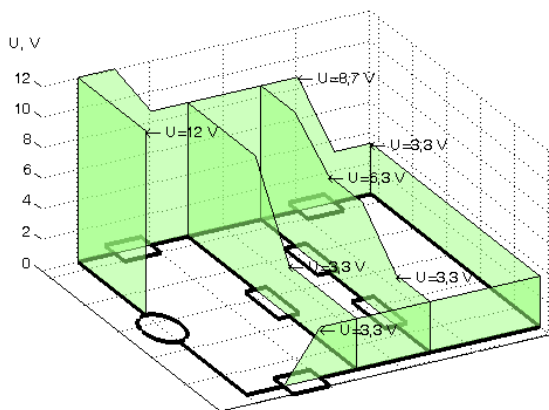
Naudojantis ja apskaičiuotos tiriamos elektros grandinės visų varžinių elementų srovės, įtamos ir galios (7 pav.). Skaičiavimo rezultatai gaunami tuoj pat, tik įvedus pradinus duomenis. Be to, jie pateikiami ir grafiškai (8 ir 9 pav.). Tai padeda studentui geriau suprasti srovės ir įtamos kitimo dėsnius bei interpretuoti rezultatus, o dėstytojui – patikrinti skaičiavimus ir sutaupyti nemažai laiko.

Parašytoji programa validuota naudojant Electronics Workbench (MultiSIM Schematics) programą. Tai specializuota programa, įdiegta Kauno kolegijos Elektrotechnikos virtualioje laboratorijoje ir skirta elektros ar elektroninėms grandinėms sudaryti bei tirti. Darbas ja labai panašus į realų eksperimentą – iš gauso elementų ir matavimo priemonių pasirenkamos tinkamos ir sujungiamos laidais; nustatomos reikiamos elementų parametru

vertės ir įjungiamas (aktyvuojama) grandinė; priešais ekranuose matomi modeliavimo rezultatai.

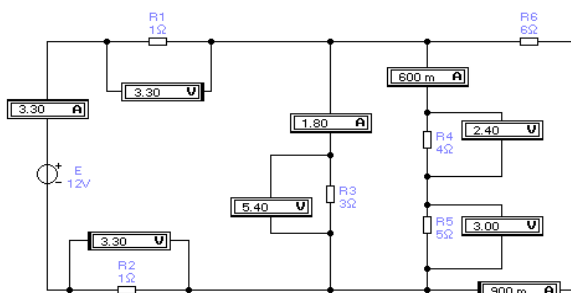


8 pav. Srovės elektros grandinės šakose



9 pav. Įtampos elektros grandinės šakose

Programoje Electronics Workbench sujungus elektros grandinę, analogišką tirtai MatLab, gauti tokie patys tyrimo rezultatai (10 pav.). Tai leidžia teigti, kad MatLab programavimo terpėje parašyta programa skaičiuoja teisingai ir galima pasikliauti ja gautais rezultatais.



10 pav. Elektros grandinės tyrimas programa Electronics Workbench

MatLab programavimo terpėje parašyta programa nesunkiai pritaikoma įvairioms paprastoms ir sudėtingoms, nuolatinės srovės šakotosioms elektros grandinėms tirti, taip pat ir turinčioms ne vieną elektros energijos šaltinį.

## Išvados

1. Baigtinių elementų metodas yra universalus. Pagrindinius jo principus galima pritaikyti ne tik mechaninėms konstrukcijoms modeliuoti, bet ir elektrotechnikoje – elektros srovės grandinėms tirti.
2. Bendroji skaičiavimų schema bet kuriuo atveju išlieka labai panaši. Tereikia užrašyti bet kurio baigtinio elemento lygtį, pagal vienodą algoritmą surinkti matricas ir vektorius, atlikti reikiamus veiksmus su matricų blokais ir išspręsti lygčių sistemą.
3. Tam nebūtina turėti labai galingo kompiuterio, visuotinai žinomų universalių, baigtinių elementų metodo pagrindu sukurtų, programų, tiesiog pakanka viena iš programavimo kalbų parašyti nedidelę specializuotą programėlę, skirtą

elektrotechnikos uždaviniams spręsti.

4. Norint baigtinių elementų metodu tirti nuolatinės srovės elektros grandines, reikia žinoti elektros grandinių teoriją, matricų teoriją ir turėti programinę įrangą, leidžiančią paprastai programuoti matricų apdorojimo veiksmus.
5. Galimybė taikyti baigtinių elementų metodą, kad ir nesudėtingiems elektrotechnikos uždaviniams spręsti, leidžia ne tik geriau suvokti pagrindinius elektrotechnikos dėsnius, bet ir ugdo studento loginį mąstymą, kūrybiškumą, įtvirtina turimas matematikos, informacijos technologijų, programavimo pagrindų, inžinerinių skaičiavimų Matab ir kitų dalykų žinias.

## Literatūra

1. Brebbia, C.A., & Konrad, A. (2001). Software for electrical engineering analysis and design V (Vol. 3). Computational Mechanics.
2. Herniter M.E. (2004). Schematic Capture with Multisim 7. Pearson/Prentice Hall. 512 p.
3. Hoole, S.R., Karthik, V.U., Sivasuthan, S., Rahunanthan, A., Thyagarajan, R.S. & Jayakumar, P. (2015). Finite elements, design optimization, and nondestructive evaluation: A review in magnetics, and future directions in GPU-based, element-by-element coupled optimization and NDE. International Journal of Applied Electromagnetics & Mechanics, 47(3), 607-627.
4. Jagota, V., Sethi, A.P.S. & Kumar, K. (2013). Finite Element Method: An Overview. Walailak Journal of Science & Technology, 10(1), 1–8.
5. Madenci, E. & Guven, I. (2015). The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. Springer, 657 p.
6. Mitkuvienė, S. (2011). Laisvai platinamų kompiuterinių programų taikymo galimybės mokslo taikomuose tyrimuose. Mokslo taikomųjų tyrimų įtaka šiuolaikinių studijų kokybei, 1(4), 102–106.
7. Новгородцев, А. (2004). Расчет электрических цепей в МАТЛАБ. Питер. 250 с.
8. Rao, S.S. (2013). The Finite Element Method in Engineering: Pergamon International Library of Science, Technology, Engineering and Social Studies. Elsevier.
9. Silvester, P.P. & Ferrari, R.L. (1996). Finite Elements for Electrical Engineers. Cambridge University Press, 494 p.
10. Šernas, V. (2006). Studijos, jų organizavimo principai. Lietuvos mokslas. Akademinė edukologija. Monografija, II, 59 knyga, 38-66.
11. Tarvydas, P., Markevičius V. & Noreika A. (2003). Elektroninės optinės sistemos modeliavimas baigtinių elementų metodu. Elektronika ir elektrotechnika, 5(47), 52-55.
12. Tarvydas, P. & Noreika A. (2007). Usability evaluation of finite element method equation solvers. Electronics and Electrical Engineering, 2(74), 13-16.

## DC ELECTRICAL CIRCUIT ANALYSIS USING FINITE ELEMENT METHOD

### Summary

Ability to model mathematically, investigate, analyse and calculate the electrical circuits is one of the most basic requirements for students of Electronics and Electrical Engineering study area. The study of a simple DC circuit, consisting of a number of successive or parallel-resistive elements, does not cause problems for students. Basic electric parameters of such a circuit: the equivalent resistance, current flowing through each resistive element (resistor), voltage and power of each element are easily calculated, however for mixed electrical circuits you have to investigate the recent widespread use of universal or specialized software (Ansys / Emag, SolidWorks Electrical and etc.), which not only speeds up the calculations and visualizes the results of the research, but also helps to avoid calculation errors. To learn how to use such programs properly, it is important to understand the theory and the finite element method, under which they were created. Therefore, this article presents the basis of the finite element method and finite element models for the DC power circuit to investigate the principles of the composition. Careful consideration of all aspects of the finite element method is explained by the software program written in MATLAB environment for mixed-circuit DC circuit analysis. The computer program MultiSIM is used to validate the written program.

Keywords: methods of finite elements, electrical chain of direct current, MatLab.

### Informacija apie autores:

Lektorė dr. **Jovita DANIELYTĖ**

Kauno kolegija

Technologijų ir kraštotvarkos fakultetas

Kompiuterinių technologijų katedra

Mokslinių interesų sritis – inžinerinių konstrukcijų ir fizinių procesų modeliavimas baigtinių elementų metodu.

El. paštas: jovita.danielyte@go.kauko.lt.

Lektorė **Rasa MULERAVIČIENĖ**

Kauno kolegija

Technologijų ir kraštotvarkos fakultetas

Kompiuterinių technologijų katedra

Mokslinių tyrimų kryptys – Technologijos mokslai, edukologija.

El. paštas: mulerasa@yahoo.com